



ISSN 1998-8621

# ВЕСТНИК ТОМСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

**МАТЕМАТИКА И МЕХАНИКА**

№ 3(23) 2013



*Tomsk State University*  
**Journal of Mathematics and Mechanics**

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ

---

**ВЕСТНИК  
ТОМСКОГО  
ГОСУДАРСТВЕННОГО  
УНИВЕРСИТЕТА**

**МАТЕМАТИКА И МЕХАНИКА**

TOMSK STATE UNIVERSITY  
JOURNAL OF MATHEMATICS AND MECHANICS

---

---

*Научный журнал*

---

---

**2013**

**№ 3(23)**

Свидетельство о регистрации: ПИ № ФС77-30658  
от 20 декабря 2007 г.



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

## СОДЕРЖАНИЕ

### МАТЕМАТИКА

Александров И.А. Об оценке кривизны линий уровня при конформных отображениях .....	5
Бухтяк М.С. О гиперповерхности в пространстве приложенных ковекторов .....	8
Гриншпон С.Я., Гриншпон И.Э. Абелевы группы без кручения, нормально определяющиеся своими голоморфами .....	23
Копанев С.А. Заметка о кривизне линии уровня относительно конформного отображения .....	34
Рахмелевич И.В. О применении метода разделения переменных к уравнениям математической физики, содержащим однородные функции от производных .....	37
Седых А.Г. О приближенно интегрируемых $SO(3)$ -структурах на 5-мерных многообразиях .....	45
Султонова Ш.Х., Меркулова Н.Н. Исследование математической модели усиления иммунного ответа с применением одношаговых и многошаговых методов .....	51
Чехлов А.Р. О прямых суммах циклических групп с инвариантными мономорфизмами .....	60

### МЕХАНИКА

Василевский М.В., Романдин В.И., Зыков Е.Г., Полюшко В.А., Разва А.С. Характеристика потока с дисперсной фазой в вихревой камере .....	66
Ершов И.В. Устойчивость течения Куэтта колебательно-неравновесного молекулярного газа. Энергетический подход .....	76
Колмакова Т.В. Исследование напряженно-деформированного состояния объема кости при осевом сжатии .....	89
Манахов П.В., Федосеев О.Б. Оптимизация вычислений пластических деформаций в нелинейных задачах механики деформируемого твердого тела .....	96
Севастьянов Н.Н. Построение режимов ориентации без датчиков угловой скорости на СС «Ямал-200» .....	104
Сергеева А.М., Ткачева А.В., Одинокоев В.И. Численное исследование процесса деформирования ледяного покрова ледокольным судном .....	111
СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ .....	121

УДК 629.78.001

Н.Н. Севастьянов

**ПОСТРОЕНИЕ РЕЖИМОВ ОРИЕНТАЦИИ БЕЗ ДАТЧИКОВ УГЛОВОЙ СКОРОСТИ НА СС «ЯМАЛ-200»**

Рассматривается возможность построения режимов ориентации без использования датчиков угловой скорости. Помимо традиционных режимов управления с использованием сигналов угловых отклонений, получаемых от датчиков ориентации, исследуется возможность управления по вычисляемому значению угловой скорости. Показана возможность такого управления, в основе которого лежит закон сохранения кинетического момента; режимы управления такого рода получили название «прогноза», и они, по сути дела, являются режимами управления по инерциальной информации.

**Ключевые слова:** *датчики углового положения, кинетический момент спутника, вычисляемая угловая скорость, режимы ориентации.*

Результаты летных испытаний первого спутника связи «Ямал-100», выведенного на геостационарную орбиту 6 сентября 1999 г., были позитивными. Спутник проработал на орбите 11 лет (техническое задание содержало требование 10-летнего ресурса), подтвердив надежды разработчиков на создание новой базовой платформы для связных спутников среднего класса. Концепция построения системы ориентации и управления движением также подтвердила рациональность своих принципов построения [1]. Точностные характеристики инерциальных измерителей угловой скорости (прибор «ГИВУС») после компенсации систематики уходов оказались достаточно высокими: за сутки набегающая ошибка ориентации в режиме инерциальной памяти не превышала 5 угловых минут. Автоматический контроль уходов, осуществляемый за счет избыточной информации измерителя (четыре измерительных оси), гарантировал правильность ориентации, корректирование положения бесплатформенной инерциальной навигационной системы (БИНС) с использованием звездного датчика БОКЗ (блока определения координат звезды) или же датчика земной вертикали БОКЦ (блока определения координат центра) и солнечного датчика БОКС (блока определения координат Солнца) проводилось раз в сутки, что существенно сэкономило ресурс датчиков. Итоги первых двух лет эксплуатации дали основание использовать приборные и программные решения по системе ориентации спутника «Ямал-100» для последующей программы «Ямал-200».

В целом по изделию «Ямал-100» были достаточно серьезные замечания к некоторым приборам: модулю никель-водородных батарей, телеметрической системе, аппаратуре управления электрореактивными двигателями, и ряд других менее существенных замечаний. Эти замечания были учтены и некоторые системы подверглись серьезной доработке или замене на более совершенные приборы, разработка которых была выполнена с учетом полученного опыта при создании первых спутников.

При разработке следующих аппаратов «Ямал-200» были существенно увеличены энергетика спутника (примерно в 2,5 раза), число и мощность бортовых ретрансляторов.

К сожалению, разработчик прибора «ГИВУС» – НИИ ПМ им. В.И. Кузнецова, ссылаясь на кризисное состояние Омского приборостроительного завода, который осуществил изготовление и поставку первых приборов на космический аппарат (КА) «Ямал-100», перевел изготовление прибора на свое предприятие. При этом была осуществлена доработка электроники прибора с переходом на более высоко интегрированную элементную базу. Испытания двух КА «Ямал-200» были завершены в 2003 г., и запуск на геостационарную орбиту (ГСО) состоялся 24 ноября 2003 г.; через месяц спутники были введены в штатную эксплуатацию. Примерно через два года полета спутников контрольная служба центра управления начала фиксировать первые замечания к работе приборов. В связи с этим возникла необходимость решить задачу создания программного обеспечения для работы системы ориентации без использования гироскопических измерителей угловой скорости. К середине 2006 г. такое программное обеспечение было создано; два месяца спустя на спутнике «Ямал-201» произошел катастрофический отказ сразу всех четырех каналов прибора, еще через месяц такой же отказ произошел на спутнике «Ямал-202». Новая версия программного обеспечения была установлена в бортовые компьютеры БКУ (бортовой комплекс управления) и спутники были сохранены. В настоящей статье описывается концепция построения такого рода режимов.

### Описание концепции построения

В основу концепции положено то обстоятельство, что режимы постоянной высокоточной ориентации спутника связи выполняются с использованием только инерционных маховиков, т.е. КА является гиростатом. Полный кинетический момент КА изменяется только за счет действия внешних возмущающих моментов  $M_d$ , которые достаточно малы (исследование этих моментов будет проведено позднее) и в первом приближении могут быть не учитываемы. Принимая во внимание обозначения предыдущей статьи [1], запишем кинематику движения связанной системы координат КА относительно орбитальной системы координат (ОСК):

$$2\dot{\Lambda}_Q^B = \Lambda_Q^B \circ \omega_B' = \Lambda_Q^B (\omega_B - \omega_B^0) = \Lambda_Q^B \circ \omega_B - \omega_Q^0 \circ \Lambda_Q^B, \quad (1)$$

где  $\omega_B' = \omega_B - \omega_B^0$  – угловая скорость КА относительно ОСК. Динамику изменения кинетического момента будем рассматривать параллельно в инерциальной и связанной системах координат:

$$\dot{G}_I = M_{dI}, \dot{G}_B + \omega_B \times G_B = M_{dB}, \quad (2)$$

где  $G_I, G_B$  и  $M_{dI}, M_{dB}$  – отображения полного кинетического и внешнего возмущающего моментов на инерциальный и связанный базисы, причем справедливы соотношения перепроектирования

$$M_I = \Lambda_I^B \circ M_B \circ \tilde{\Lambda}_I^B, \quad G_I = \Lambda_I^B \circ G_B \circ \tilde{\Lambda}_I^B. \quad (3)$$

Уравнения изменения кинетического момента имеют следующие интегралы:

$$G_I(t) = G_I^0 + \int_0^t M_{dI} dt, \quad G_B(t) = \tilde{\Lambda}_I^B(t) \circ \left[ G_I^0 + \int_0^t \Lambda_I^B(t') \circ M_{dB} \circ \tilde{\Lambda}_I^B(t') dt' \right] \circ \Lambda_I^B(t). \quad (4)$$

Величина кинетического момента в связанных осях

$$G_B = J_B \cdot \omega_B + H_B, \quad (5)$$

где  $J_B$  – тензор инерции КА и  $H_B$  – кинетический момент системы инерционных маховиков. Описание штатного процесса ориентации в ОСК выполняется динамическими уравнениями

$$J_B \cdot \dot{\omega}'_B + \dot{H}_B + (\omega_B^0 + \omega'_B) \times H_B + \omega_B^0 \times (J_B \cdot \omega'_B) = M_{dB}. \quad (6)$$

В качестве кинематических параметров удобно использовать вектор малого отклонения связанной системы координат от опорной  $\theta(t)$ . Представим кватернион рассогласования связанного базиса от опорного в виде  $\Lambda_Q^B = 1 + \frac{1}{2}\theta$ , после этой подстановки получаем

$$J_B \cdot \ddot{\theta} + \dot{H}_B + (\omega_B^0 + \dot{\theta}) \times H_B + \omega_B^0 \times (J_B \cdot \dot{\theta}) = M_{dB}. \quad (7)$$

Как мы и показывали ранее, выбором управления  $\dot{H}_B = F(\omega'_B, \theta) = F(\dot{\theta}, \theta)$  в виде положительно определенных функций от угла и угловой скорости, можно получить асимптотическую устойчивость процесса стабилизации.

Для организации управления без информации об угловой скорости предлагается вычислять её значение из соотношения (5):

$$\hat{\omega}_B = J_B^{-1} \cdot (G_B(t) - H_B). \quad (8)$$

В этом соотношении значения моментов инерции КА и величина  $H_B(t)$  известны (в системе управления), а величина  $G_B(t)$  подлежит определению и прогнозированию.

Первый порядок этого приближения может быть представлен таким образом: основным кинематическим параметром, позволяющим определять текущие значения  $G_B(t)$ , является кватернион

$$\Lambda_I^B(t) = \Lambda_I^Q(t) \circ \Lambda_Q^B(t), \quad \Lambda_Q^B = 1 + \frac{1}{2}\theta. \quad (9)$$

С учетом достаточно высокой точности стабилизации (порядка нескольких угловых минут), т.е. малости угла  $\theta(t)$ , величина  $\Lambda_I^B(t)$  достаточно точно может быть задана функцией  $\Lambda_I^Q(t)$  – хорошо известной и прогнозируемой. Таким образом

$$G_B(t) = \tilde{\Lambda}_Q^B \circ G_Q \circ \Lambda_Q^B = G_Q + G_Q \times \theta, \quad (10)$$

где

$$G_Q(t) = \tilde{\Lambda}_I^Q \circ \left[ G_I^0 + \int_0^t \Lambda_I^Q \circ M_B \circ \tilde{\Lambda}_I^Q dt' \right] \circ \Lambda_I^Q. \quad (11)$$

Точно так же хорошо известна величина переносной угловой скорости  $\omega_Q^0 \equiv \omega^0$ , заданной в осях ОСК. Если далее не учитывать действие внешних возмущающих моментов, то величина  $G_B(t)$  определяется только начальным значением  $G_I^0$  из формулы (11). Если предположить, что переход к управлению по вы-

числяемой угловой скорости происходит непосредственно из режима штатной ориентации, то величина начального значения  $G_I^0$  (или же  $G_B^0$ ) в системе управления также известна. Тем самым, режим управления с использованием штатных алгоритмов корректируемой БИНС [1] с использованием вместо измеряемой величины угловой скорости ее вычисляемых значений возможен, что и подтвердили результаты математического моделирования и летные эксперименты. Такой режим получил название «прогноз»; по своему смыслу этот режим эквивалентен схеме управления на основе инерциальной информации. Однако анализ приведенных выше соотношений показывает, что погрешности оценки (8) определяются погрешностями знания входящих величин, имеющих сложную структуру. Классические инерциальные системы неустойчивы в том смысле, что определяемые ими навигационные параметры имеют уход, т.е. нарастающую со временем ошибку. К примеру, уход определения углового положения имеет основную составляющую, измеряемую показателем «градусы в час». Можно видеть, что описываемый режим «прогноза» имеет погрешности определения скорости, зависящие прямо от угловой ошибки  $\theta(t)$ , которая, в свою очередь, возрастает пропорционально ошибке угловой скорости, т.е. имеет место нелинейное возрастание погрешностей этой системы. Очевидно, что работа системы ориентации на основе «прогноза» возможна только на коротких интервалах времени и должна сопровождаться постоянным процессом устранения нарастающих ошибок инерциального метода по сигналам датчиков углового положения. Кроме того, в этом процессе должна решаться задача начальной ориентации (начальной выставки).

### Процесс выставки режима «прогноз» и режимы ориентации

Таких режимов выставки и построения ОСК – два, в зависимости от используемых датчиков: БОКЗ и БОКЦ, кроме того, возможен режим ориентации на Солнце в качестве дежурного или промежуточного при построении ориентации.

Приведем сначала описание режима выставки с использованием датчика БОКЗ как основного режима, использованного сразу же после отказа датчиков гироскопического измерителя угловой скорости «ГИВУС» летом 2006 г. БОКЗ обладает уникальными возможностями сразу определять кватернион  $\Lambda_{J2000}^B(t_i)$  в дискретные моменты времени, угловая скорость движения связанного базиса  $\omega_B(t_i)$  получается непосредственными вычислениями по двум соседним измерениям

$$\tilde{\Lambda}_{J2000}^{B(t_{i-1})} \circ \Lambda_{J2000}^{B(t_i)} = \Lambda_{B(t_{i-1})}^{B(t_i)} = \left(1 + \frac{1}{2}\theta\right), \quad \omega_B = \theta / \Delta t. \quad (12)$$

Для увеличения точности измерений можно использовать аппроксимацию на большем числе точек (например, кубическими сплайнами), такая же процедура применялась и для формирования в системе величин скоростей вращения маховиков, первичная информация о которой состоит в четырех импульсных сигналах (в четырех точках) на одном обороте. Данной информации достаточно для организации управления по штатным алгоритмам, если не считать приведенных выше алгоритмов вычисления угловой скорости и уточнения первичной информации.

Тем самым в системе был создан контур прямого управления по сигналам БОКЗ и контур режима «прогноз» с периодической выставкой от БОКЗ.

Уже после реализации резервных режимов ориентации без датчиков угловых скоростей с использованием БОКЗ встал вопрос о разработке режима с использованием датчика БОКЦ. Низкая точность инерциального управления в режиме «прогноз» сразу же сняла с повестки дня вопрос использования режима гироком-пассирования для выставки третьей оси. Далее схему с применением измерений БОКС для такой же выставки использовать оказалось так же сложно, так как измерения БОКС проводятся ограниченное время на суточном витке.

Была предложена и далее технически реализована схема измерения угла ориентации КА и его антенн по углу курса измерениями на Земле угла поляризации сигнала ретранслятора. Были установлены дополнительные специальные земные станции, измеряющие этот угол, являющийся, по сути дела, углом курса КА, и далее была реализована схема передачи значения этого угла на борт КА для использования его в контуре ориентации. Тем самым была создана возможность осуществления резервного режима ориентации при прямом управлении по трем сигналам: крена и тангажа – от датчика БОКЦ, и рысканья – от измерений земных станций. Такой режим получил название БОКЦ – РПХ (режим измерения поляризационного сигнала по оси  $X$ ).

В этом режиме оказалось возможным применять два способа управления: прямое управление по сигналам углов отклонений (мы здесь не описываем эти хорошо известные принципы стабилизации, когда угловая скорость вычисляется по текущей информации об углах) и управление в режиме инерциального прогноза. В этом случае текущая ориентация (углы и угловая скорость КА) и текущие значения  $G_B(t)$  в момент перехода из режима прямого управления в режим «прогноз» берутся как начальные значения. Далее параметры режима «прогноз» (точности и уходы) определяются в зависимости от этих начальных значений. Таким образом, были созданы новые режимы ориентации без использования датчиков угловой скорости [2, 3].

На рис. 1 показан в качестве примера ТМ процесс перехода из режима прямого управления в режим «прогноз».

Реальная эксплуатация этих режимов показала низкую точность режимов «прогноз». Максимальная точность достигалась при переходе в режим из управления с использованием БОКЗ. В этом случае инерциальное управление сохранялось в пределах заданных точностей за 10–15 минут. Поскольку точности режима БОКЦ – РПХ ниже точности режима БОКЗ, точности режима «прогноз», реализуемого после БОКЦ – РПХ, также оказались существенно хуже.

Кроме того, режим БОКЦ – РПХ мог быть применен не на всех участках орбиты полета КА. Поскольку датчик работал в видимой части спектра, прибор БОКЦ способен функционировать только при углах Солнце – объект – Земля (углах СОЗ) более 30 градусов. При наличии нормальной инерциальной системы с высокой точностью такое ограничение не являлось существенным, так как в «запретных» позициях режим инерциальной памяти высокой точности полностью решал задачу ориентации. В том виде, каким получился режим инерциального «прогноза», сохранение ориентации на период засветок БОКЦ не могло быть и речи. Поэтому была поставлена задача увеличения точности инерциального управления режима «прогноз».



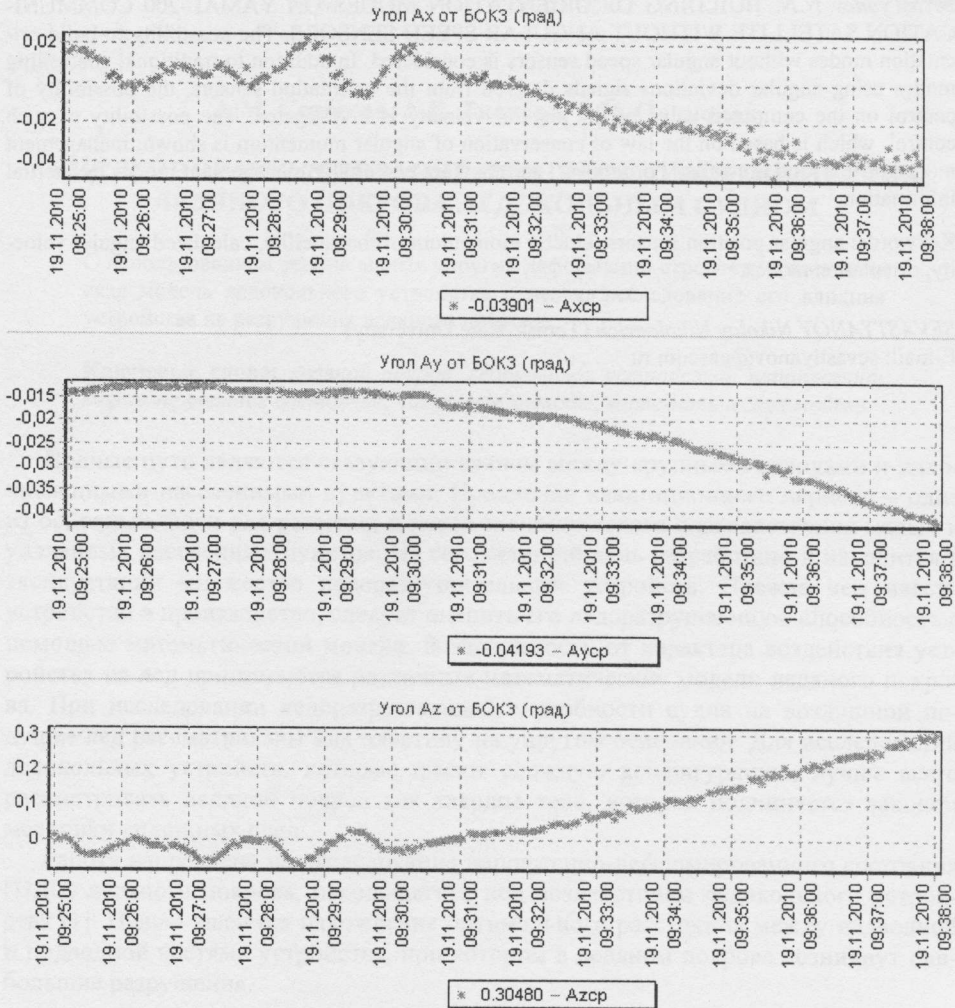


Рис. 1. КА «Ямал-202» 9.11.2010 г. Переход из режима прямого управления (датчик БОКЗ) в режим «прогноз»

ЛИТЕРАТУРА

1. *Севастьянов Н.Н.* Концепция построения системы ориентации и управления движением спутника связи «Ямал». Штатная схема функционирования // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2013. № 2 (22). С. 85–96.
2. *Севастьянов Н.Н., Бранец В.Н., Платонов В.Н. и др.* Исследование возможности управления КА «Ямал-200» с использованием математической модели движения // Труды XIV Международной конференции по интегрированным навигационным системам. СПб., 2007. С. 174–182.
3. *Севастьянов Н.Н., Банит Ю.Р., Бранец В.Н.* О возможности ориентации КА при неполной информации от датчиков (задача корректируемого прогноза) // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. 2011. № 4. Ч. 5. С. 2479–2481.

*Sevast'yanov N.N.* BUILDING OF ORIENTATION MODES ON YAMAL-200 COMMUNICATION SATELLITE WITHOUT ANGULAR SPEED SENSORS. The possibility to build orientation modes without angular speed sensors is considered. In addition to traditional controlling modes using angular deviations signals derived from the orientation sensors, the possibility of control on the computed value of the angular velocity is investigated. The possibility of such control, which is based on the law of conservation of angular momentum is shown; management modes of this kind are called "prognosis" and they are essentially management modes by inertial information.

Keywords: angular position sensors, kinetic momentum of the satellite, calculated angular velocity, orientation modes.

*SEVASTYANOV Nikolay Nikolaevich* (Tomsk State University)

E-mail: [sevastyanov@gascom.ru](mailto:sevastyanov@gascom.ru)